

Filtri Audio Digitali

FIR · IIR · Biquad · Butterworth · Allpass

Dispensa per gli studenti di Informatica Musicale
– Conservatorio "L. D'Annunzio" di Pescara –
Prof. Diego Capocci

Introduzione

Quando ascoltiamo un suono filtrato – che sia il timbro caldo di un equalizzatore, la brillantezza di un hi-hat sintetizzato, o l' "aria" di una traccia vocale – stiamo sempre ascoltando il risultato di un **filtro digitale**. I filtri sono tra i blocchi fondamentali del sound design, della sintesi sonora e del mixing.

In questa dispensa esploreremo i due grandi gruppi di filtri digitali – **FIR** e **IIR** – le strutture più diffuse (biquad, Butterworth, allpass) e le importanti differenze di comportamento di fase, con un occhio sempre rivolto all'applicazione pratica in ambito musicale.

■ **Concetto chiave:** Un filtro digitale è un algoritmo che modifica il contenuto spettrale di un segnale audio campione per campione, applicando operazioni matematiche elementari: somme, moltiplicazioni e ritardi.

Principali tipologie di filtri audio digitali

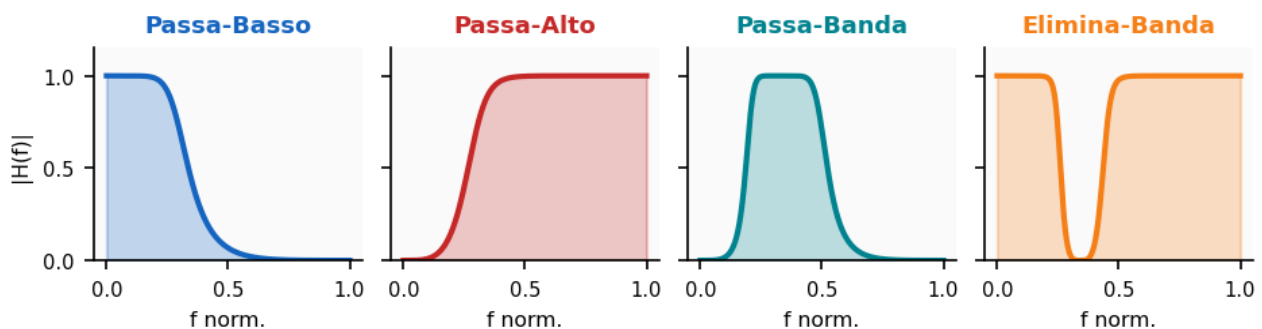


Fig. 1 – Le quattro tipologie fondamentali di filtri audio e le loro risposte in frequenza.

1. Filtri FIR (Finite Impulse Response)

FIR significa *Finite Impulse Response*: risposta finita all'impulso. Se "sparassimo" un singolo campione (impulso) nell'ingresso di un filtro FIR, l'uscita produrrebbe un numero **finito** di campioni e poi tornerebbe esattamente a zero.

1.1 Come funziona

Un filtro FIR calcola ogni campione di uscita come una **somma pesata** dei campioni di ingresso attuali e passati. Non c'è alcun "rimbalzo" del segnale verso l'ingresso: il flusso del segnale va sempre e solo in avanti.

■ **Equazione concettuale** (senza paura!):

$$y[n] = b_0 \cdot x[n] + b_1 \cdot x[n-1] + b_2 \cdot x[n-2] + \dots + b_N \cdot x[n-N]$$

I valori b_0, b_1, \dots, b_N si chiamano *coefficienti* e determinano la forma del filtro. $N+1$ è il numero di "ritardi" (ordine del filtro).

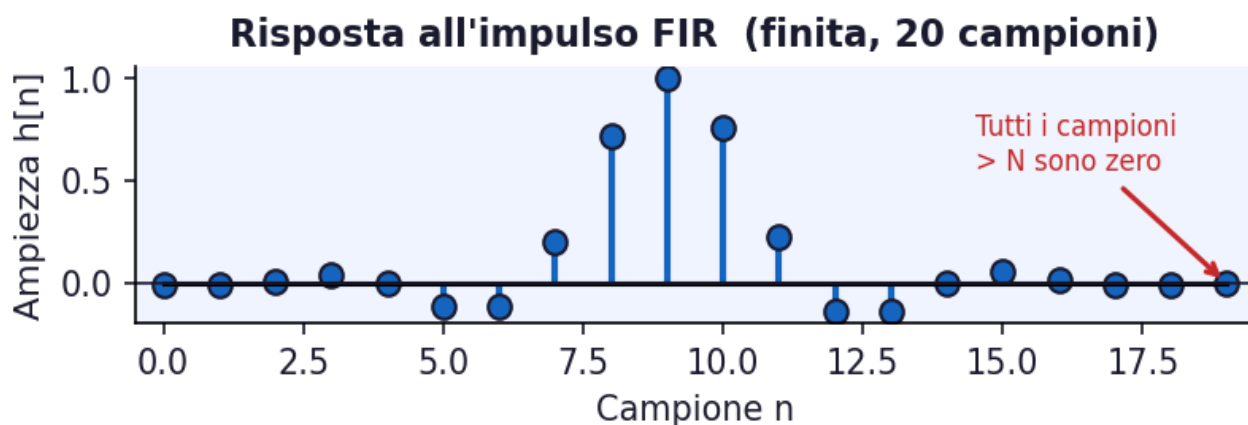


Fig. 2 – Risposta all'impulso di un filtro FIR passa-basso (20 tap). Dopo il campione 19, la risposta è zero.

Schema a blocchi: Filtro FIR (Feed-Forward)

Nessun feedback → nessun rischio di instabilità

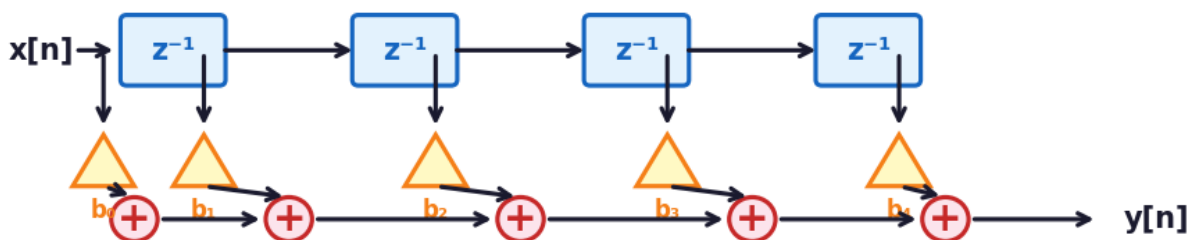


Fig. 3 – Schema a blocchi di un filtro FIR: solo connessioni in avanti (feed-forward), nessun feedback.

1.2 Vantaggi dei filtri FIR

■ **Sempre stabili**: senza feedback non c'è rischio di oscillazioni o instabilità.

- **Fase lineare** (se simmetrici): tutti le frequenze vengono ritardate della stessa quantità, il che preserva la forma d'onda. Fondamentale per certi usi (es. cross-over audio, elaborazione di segnali percussivi).
- **Nessun artefatto di fase**: in applicazioni musicali questo si traduce in un suono "pulito".
- **Implementazione semplice**: solo moltiplicazioni e addizioni, niente feedback.

1.3 Svantaggi dei filtri FIR

- **Costo computazionale elevato**: per riprodurre la selettività di un IIR di ordine 5, un FIR può richiedere centinaia di coefficienti.
- **Latenza (ritardo di gruppo)**: il ritardo costante introdotto è di $N/2$ campioni, dove N è il numero di tap. Per filtri molto selettivi la latenza può diventare significativa.
- **Non adatto al real-time a bassa latenza**: nei plug-in live, gli IIR sono spesso preferiti.

2. Filtri IIR (Infinite Impulse Response)

IIR significa *Infinite Impulse Response*: risposta infinita all'impulso. A differenza del FIR, un filtro IIR ha una componente di **feedback**: parte del segnale di uscita viene rimessa in ingresso. Questo crea una risposta che, almeno teoricamente, dura all'infinito (anche se decade rapidamente).

2.1 Come funziona

L'uscita di un filtro IIR dipende sia dai campioni di ingresso *presenti e passati* (come nel FIR), sia dai campioni di *uscita passati* (il feedback). Questo meccanismo permette di ottenere filtraggio molto efficace con pochi coefficienti.

■ **Equazione concettuale IIR:**

$$y[n] = b_0 \cdot x[n] + b_1 \cdot x[n-1] + b_2 \cdot x[n-2] - a_1 \cdot y[n-1] - a_2 \cdot y[n-2]$$

I coefficienti **b** gestiscono l'ingresso (feed-forward), i coefficienti **a** gestiscono il feedback. Sono proprio i coefficienti **a** a creare la risposta infinita (e i potenziali problemi di stabilità).

Risposta all'impulso IIR (infinita, decade esponenzialmente)

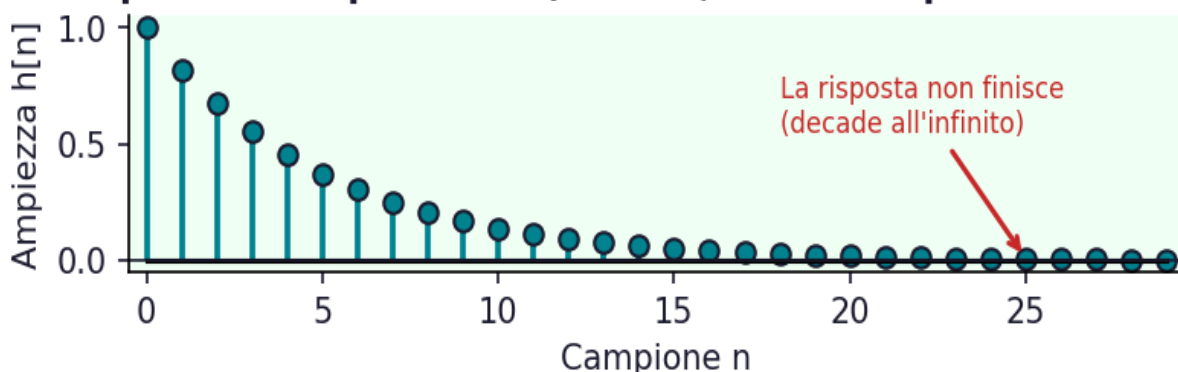


Fig. 4 – Risposta all'impulso di un filtro IIR a singolo polo. Decade ma non diventa mai esattamente zero.

Schema a blocchi: Filtro IIR (Feed-Forward + Feed-Back)

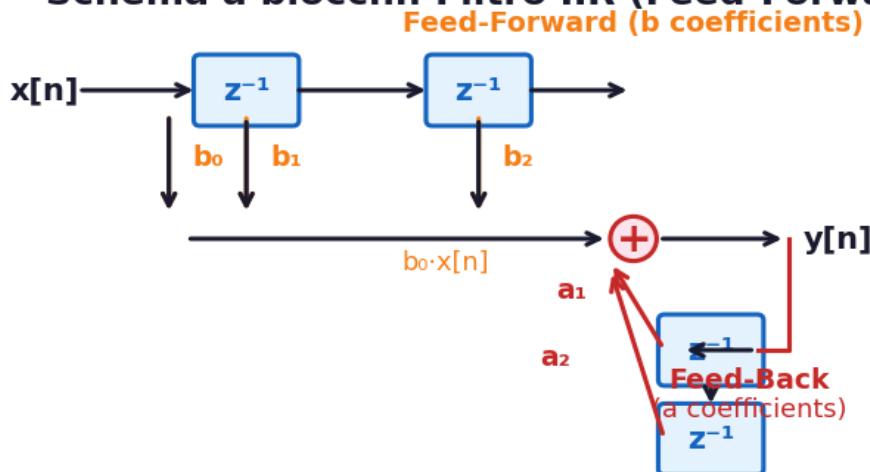


Fig. 5 – Schema a blocchi di un filtro IIR: la freccia rossa rappresenta il percorso di feedback.

2.2 Vantaggi dei filtri IIR

- **Alta efficienza:** con pochi coefficienti si ottengono tagli molto netti.
- **Bassa latenza:** ideali per effetti in tempo reale (equalizzatori, sintetizzatori, plugin live).
- **Corrispondenza con i filtri analogici:** è possibile "tradurre" un filtro analogico classico (Butterworth, Chebyshev, ecc.) in un IIR digitale mantenendo caratteristiche simili.
- **Ampiamente usati** in tutti i DAW, equalizzatori parametrici, sintetizzatori hardware e software.

2.3 Svantaggi dei filtri IIR

- ■ **Possibilità di instabilità:** se i coefficienti non sono calcolati correttamente, il filtro può esplodere (audio infinitamente amplificato).
- ■ **Fase non lineare:** frequenze diverse subiscono ritardi diversi, causando una *distorsione di fase* che può colorare il suono.
- ■ **Sensibile alla quantizzazione:** con coefficienti a bassa precisione (es. 16 bit), i filtri IIR ad alto ordine possono avere comportamenti indesiderati.

2.4 Riepilogo comparativo FIR vs IIR

Caratteristica	FIR	IIR
Stabilità	■ Sempre stabile	■ ■ Va verificata
Fase	■ Può essere lineare	■ ■ Non lineare
Efficienza	■ ■ Molti coefficienti	■ Pochi coefficienti
Latenza	■ ■ Maggiore	■ Minore
Corrispondenza analogica	■ ■ Indiretta	■ Diretta (Butterworth ecc.)
Uso tipico	Cross-over, mastering	EQ, synth, effetti live

3. Il Filtro Biquad

Il **biquad** (da *biquadratic*) è, senza dubbio, il filtro digitale più usato nell'intera industria audio. Lo troviamo in ogni equalizzatore parametrico, in quasi tutti i sintetizzatori software e hardware, nei pedali digitali, nelle DAW.

Un biquad è un filtro IIR di **secondo ordine**: ha esattamente 2 poli e 2 zeri. Nonostante la semplicità, può realizzare un'enorme varietà di risposte: passa-basso, passa-alto, passa-banda, notch, shelving, peak/bell, allpass.

■ **Perché "biquad"?** Il nome deriva dal fatto che la sua funzione di trasferimento è un rapporto di due polinomi di grado 2 (bi-quadratico):

$$H(z) = (b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}) / (1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2})$$

Cinque coefficienti (b_0, b_1, b_2, a_1, a_2) bastano per modellare qualsiasi comportamento di un EQ.

3.1 Struttura Direct Form II

Esistono vari modi di implementare lo stesso filtro biquad. La struttura più diffusa è la **Direct Form II**, che ottimizza l'uso della memoria usando solo 2 variabili di stato invece di 4. Il segnale passa prima attraverso il percorso di feedback, poi attraverso il feed-forward.

Struttura Direct Form II del filtro Biquad (2 poli, 2 zeri)

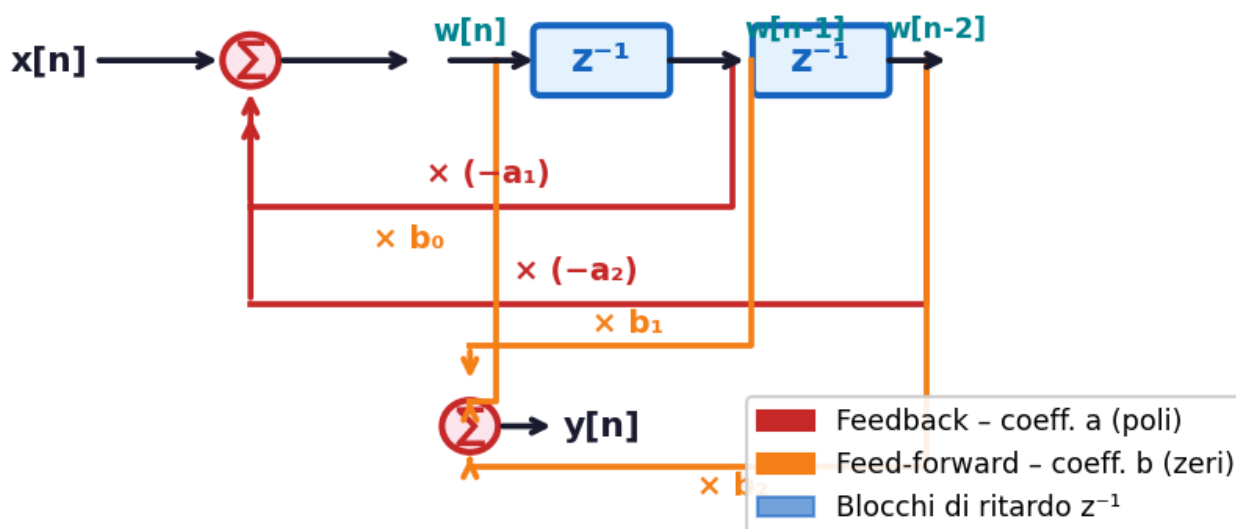


Fig. 6 – Schema Direct Form II del biquad. In rosso il feedback (poli, coeff. a), in giallo il feed-forward (zeri, coeff. b). I blocchi z^{-1} sono i ritardi unitari.

3.2 Tipi di biquad più comuni in audio

Passa-Basso (Low Pass): Lascia passare i bassi, attenua le alte frequenze. Fondamentale nei sintetizzatori sottrattivi (filtro "Moog" è un cascade di biquad passa-basso).

Passa-Alto (High Pass): Attenua i bassi, lascia passare le alte frequenze. Usato per "pulizia" del mud e del rumore a bassa frequenza.

Peak / Bell: Aumenta o riduce un'ampiezza attorno a una frequenza centrale. È il classico "nodo" di un equalizzatore parametrico.

Low Shelf / High Shelf: Taglia o amplifica tutte le frequenze sotto/sopra una soglia. Tipico degli EQ di mixaggio.

Notch: Elimina una frequenza specifica (banda strettissima). Utile per eliminare il ronzio a 50 Hz o risonanze di ambienti.

Allpass: Non modifica l'ampiezza ma ruota la fase. Usato per allineamento di fase, flanger e phaser (vedi sezione 5).

4. Il Filtro Butterworth

Il **filtro di Butterworth** è uno dei tipi di filtro IIR più usati in ambito audio. Prende il nome dall'ingegnere britannico Stephen Butterworth che lo propose nel 1930.

La caratteristica distintiva del Butterworth è la sua risposta in frequenza **massimamente piatta nella banda passante**: non ci sono "increspature" (ripple) nella banda che vogliamo lasciare passare, a differenza di altri filtri come il Chebyshev o l'ellittico.

■ **In termini musicali:** il Butterworth è come un chirurgo preciso che taglia senza lasciare cicatrici nella banda passante. Il suono rimasto non è colorato o "ondulato" — la risposta è uniforme e naturale.

4.1 Risposta in frequenza e in fase

Il Butterworth si caratterizza per:

- **Banda passante piatta** (nessun ripple)
- **Pendenza crescente con l'ordine:** un Butterworth di ordine 1 scende di 6 dB/ottava, di ordine 2 di 12 dB/ottava, di ordine N di 6·N dB/ottava
- **Transizione morbida** tra banda passante e banda di stop
- **Fase non lineare:** come tutti gli IIR, distorce la fase (specialmente vicino alla frequenza di taglio)

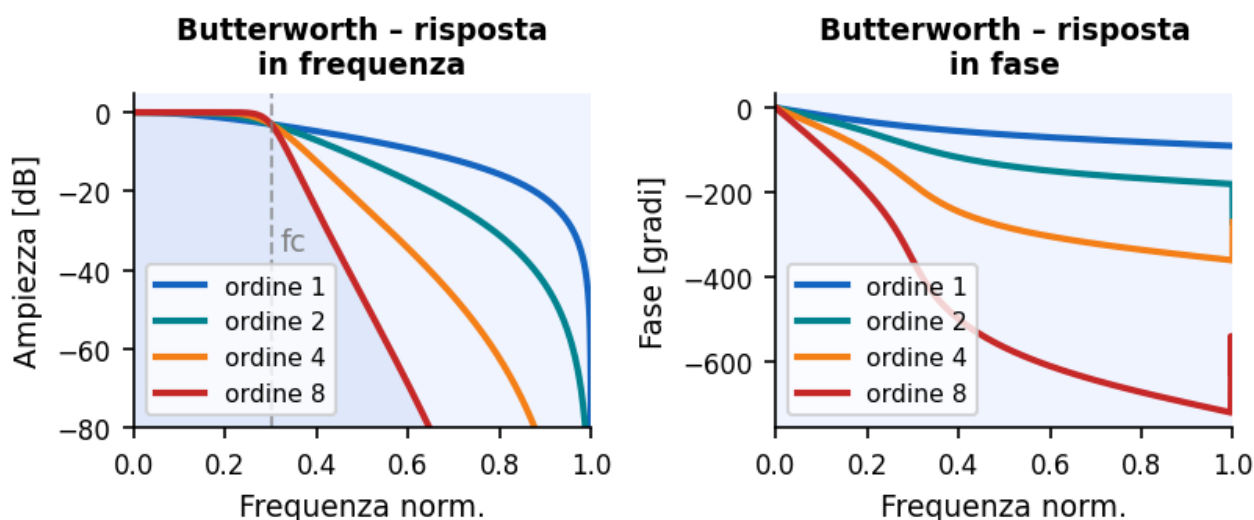


Fig. 7 – Risposta in ampiezza (sinistra) e in fase (destra) del filtro Butterworth per vari ordini. Notare la banda passante piatta e la fase sempre più non-lineare all'aumentare dell'ordine.

4.2 Linkwitz-Riley: il Butterworth per i crossover

In acustica e audio professionale, i filtri **Linkwitz-Riley** sono la scelta standard per i crossover (divisori di frequenza) di altoparlanti e sistemi multi-amplificati. Un Linkwitz-Riley si ottiene **cascando (mettendo in serie) due filtri Butterworth identici**.

■ Perché Linkwitz-Riley per i crossover?

Quando un segnale viene diviso in due bande (woofer + tweeter) e poi ricombinato, la somma deve essere piatta. Due Butterworth in cascata producono esattamente -6 dB alla frequenza di incrocio, così la somma delle due bande è piatta a 0 dB. È per questo che ogni crossover attivo professionale usa LR-2 (12 dB/oct) o LR-4 (24 dB/oct).

4.3 Dove si trova il Butterworth

- **Equalizzatori hardware e software:** molti EQ "surgical" usano biquad Butterworth.
- **Crossover digitali:** DSP per PA, monitor studio, woofer attivi.
- **Sintetizzatori:** il filtro del Moog Minimoog è funzionalmente simile a un Butterworth di ordine 4.
- **Processing voce:** high-pass a 80 Hz su ogni canale in consolle usa spesso un Butterworth del 2° ordine.

5. Il Filtro Allpass

Il filtro **allpass** è il più "invisibile" di tutti i filtri: lascia passare **tutte le frequenze con la stessa ampiezza**. Ascoltando il solo segnale filtrato da un allpass, non sentireste alcuna differenza di volume tra grave e acuto.

Allora perché esiste? Perché il suo effetto è sulla **fase**: l'allpass modifica la fase delle diverse frequenze senza toccare la loro ampiezza. Questo lo rende potentissimo per applicazioni di *time alignment* e per la creazione di effetti come phaser e flanger.

■ **Analogia musicale:** immaginate di avere un'orchestra. Un allpass "rimescola" i tempi di arrivo dei vari strumenti senza cambiarne il volume. Il risultato dipende poi da come queste componenti interagiscono con il resto del sistema.

5.1 Risposta di un filtro allpass

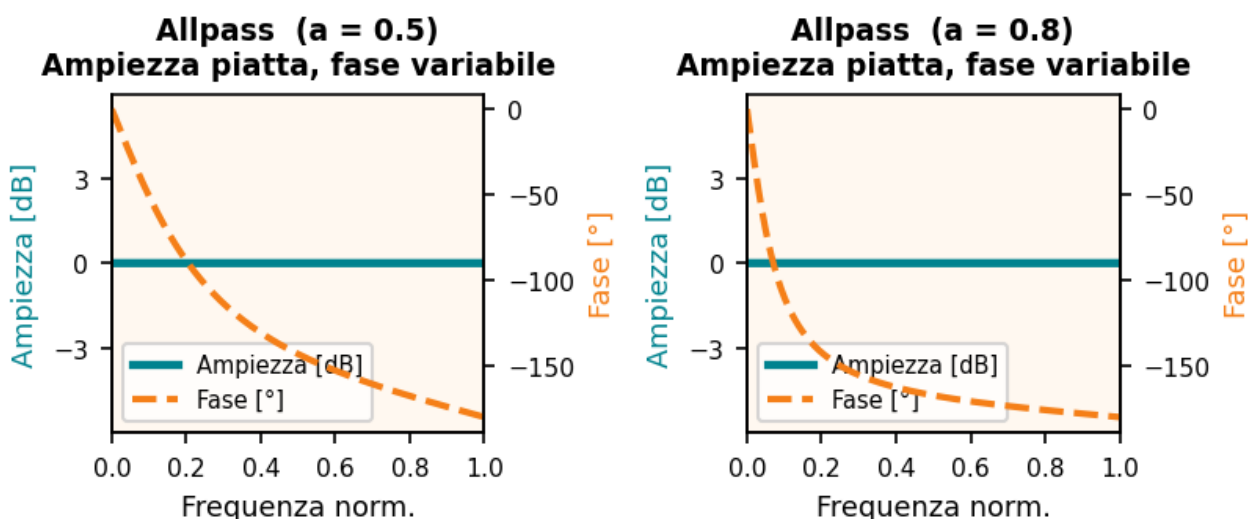


Fig. 8 – Risposta di un allpass del 1° ordine con $a=0.5$ e $a=0.8$. L'ampiezza (teal) è costante a 0 dB. La fase (arancione) varia tra 0° e -180° .

5.2 Applicazioni del filtro allpass

Phaser: Una catena di filtri allpass crea spostamenti di fase diversi per diverse frequenze.

Sommando il segnale originale al segnale "sfasato" si creano cancellazioni selettive (notch) che si spostano nel tempo: è l'effetto phaser.

Allineamento di fase (time alignment): In un sistema a più altoparlanti (tweeter + woofer), i due driver non sono fisicamente allineati. Allpass filtri digitali possono correggere il ritardo di fase tra i driver, migliorando l'immagine stereo e la risposta in frequenza.

Crossover a fase minima: In certi crossover digitali, allpass filtri vengono inseriti sul canale del woofer per allinearli temporalmente al tweeter, che ha un gruppo ritardo diverso.

Reverb e effetti spaziali: Molte strutture di riverbero digitale (Schroeder, Moorer) usano allpass in cascata per creare la densità d'eco tipica del riverbero naturale.

6. Fase Lineare vs Fase Minima

Una delle differenze più importanti tra FIR e IIR riguarda il comportamento della **fase**, e in particolare del **group delay** (ritardo di gruppo).

6.1 Che cos'è il Group Delay?

Il **group delay** misura di quanto viene ritardato un certo gruppo di frequenze nel passaggio attraverso il filtro. Se il group delay è **costante** per tutte le frequenze, la forma d'onda del segnale rimane inalterata (è solo spostata nel tempo). Se il group delay **varia** con la frequenza, le diverse componenti arrivano in momenti diversi, deformando la forma d'onda.

■ **Analogia:** immaginate che le note di una chitarra siano rappresentate da atleti di varie altezze. In un filtro a fase lineare, tutti gli atleti (tutte le frequenze) corrono alla stessa velocità e arrivano insieme. In un filtro a fase non lineare, atleti diversi corrono a velocità diverse: i bassi arrivano prima degli acuti (o viceversa), e il suono risultante è "sfumato" nel tempo.

6.2 Filtri a Fase Lineare (FIR simmetrici)

Un filtro FIR con coefficienti **simmetrici** ($h[n] = h[N-n]$) ha automaticamente risposta di fase lineare. Questo significa:

- Group delay costante: tutte le frequenze sono ritardate della stessa quantità (N/2 campioni).
- Nessuna distorsione di forma d'onda: "quello che entra, esce" (solo ritardato).
- Ideale per elaborazione di transitori percussivi (kick, snare) dove la forma d'onda conta.
- Introduce una latenza di N/2 campioni, che in un EQ con N=1024 tap equivale a ~11 ms a 44.1 kHz.

6.3 Filtri a Fase Minima (IIR, o FIR non simmetrici)

I filtri a **fase minima** hanno la caratteristica di introdurre il **minor ritardo possibile** compatibile con una data risposta in ampiezza. Tutti i filtri IIR (Butterworth, biquad ecc.) sono a fase minima. Caratteristiche:

- Latenza minima: risposta praticamente istantanea, ideale per il live.
- Efficienza computazionale molto alta.
- Group delay variabile: frequenze diverse subiscono ritardi diversi.
- Distorsione di forma d'onda: un impulso "stretto" che entra può uscire "allargato".
- Problema alle frequenze di taglio: il group delay ha un picco proprio vicino a fc.

Fase Lineare (FIR) vs Fase Minima (IIR Butterworth)

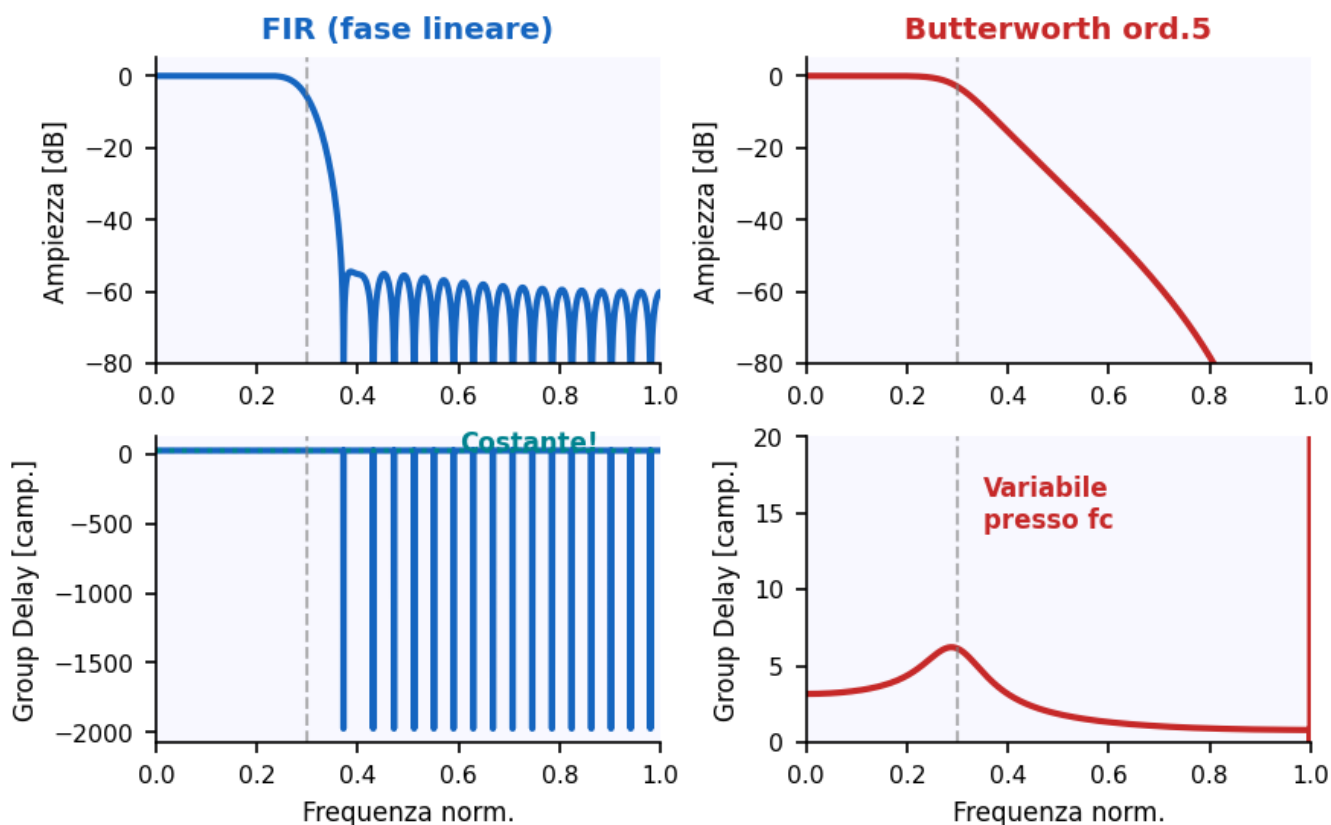


Fig. 9 – Confronto tra FIR a fase lineare (sinistra) e Butterworth IIR (destra). Il group delay del FIR (riga in basso) è costante; quello del Butterworth varia drasticamente vicino alla frequenza di taglio.

6.4 Problematiche pratiche

■ ■ Pre-ringing (FIR a fase lineare):

Un filtro FIR a fase lineare produce fenomeni di "pre-ringing": la risposta all'impulso inizia *prima* dell'impulso stesso (è non-causale). In pratica, si sente una sorta di "eco prima del suono". Per questo motivo, in certi contesti (es. masterizzazione di musica acustica con transitori netti), alcuni professionisti preferiscono EQ IIR o FIR a fase minima.

■ ■ Distorsione di fase IIR nei crossover:

Nei crossover a 2 o 3 vie, i filtri IIR introducono fasi diverse su woofer e tweeter. Alla frequenza di incrocio, le due bande possono essere fuori fase e sommarsi in modo scorretto, creando buchi o picchi nel suono. Per questo, nei crossover digitali di alta qualità si preferiscono filtri a fase lineare (o coppie LR che mantengono almeno la somma in fase).

■ ■ Latenza in contesti live:

Un FIR con 512 tap introduce 256 campioni di latenza, ovvero circa 5.8 ms a 44.1 kHz. In un sistema di monitoraggio per cantanti live, questa latenza è percettibile. Ecco perché i processori live (rack di effetti, sistemi IEM) usano quasi esclusivamente filtri IIR o FIR di ordine bassissimo.

■ ■ Stabilità numerica degli IIR:

Filtri IIR di ordine molto alto possono diventare numericamente instabili con aritmetica a precisione finita. La soluzione standard è usare biquad in cascata: invece di un singolo filtro di ordine 8, si usano 4 biquad (ordine 2) in serie. Questo è il modo in cui *tutti* gli EQ professionali implementano i filtri.

7. Riepilogo e Guida alla Scelta

Avendo esplorato tutti i concetti principali, ecco una guida pratica per orientarsi nella scelta del tipo di filtro giusto per ogni situazione:

Applicazione	Filtro consigliato	Motivazione
Equalizzatore parametrico in mix	Biquad IIR (tipo bell/shelf)	<i>Efficienza, bassa latenza, qualità professionale</i>
Crossover altoparlanti	Linkwitz-Riley (Butterworth cascata)	<i>Somma in fase a 0 dB all'incrocio</i>
EQ in mastering / alta qualità	FIR a fase lineare	<i>No distorsione di fase, pre-ringing accettabile</i>
Sintetizzatore, filtro live	IIR biquad (Butterworth o Moog-style)	<i>Latenza zero, suono caldo</i>
Phaser / Flanger	Allpass IIR in cascata	<i>Rotazione di fase senza alterare ampiezza</i>
Allineamento speaker live	Allpass IIR (correzione delay)	<i>Piccole correzioni di phase shift</i>
Notch anti-ronzio	Biquad notch IIR	<i>Alta Q, eliminazione precisa</i>
Crossover fase lineare alta fedeltà	FIR a fase lineare (lunga)	<i>Perfetta somma, latenza accettabile offline</i>

Concetti chiave da ricordare

- **FIR = solo feed-forward**: niente feedback, sempre stabile, fase lineare possibile, ma costoso.
- **IIR = feedback incluso**: efficiente, bassa latenza, ma fase non lineare e possibile instabilità.
- **Biquad**: il "mattoncino" universale dell'elaborazione audio digitale. 5 coefficienti = tutto.
- **Butterworth**: risposta piatta nella banda passante, il più "neutro" tra gli IIR classici.
- **Allpass**: modifica solo la fase, lascia l'ampiezza intatta. Indispensabile in allineamento e effetti.
- **Fase lineare**: tutti i ritardi uguali → nessuna distorsione timbrica, ma latenza.
- **Fase minima**: latenza minima → ideale per live, ma distorsione di fase vicino a fc.

Glossario essenziale

Campione (sample): Un singolo valore numerico che rappresenta l'ampiezza del segnale audio in un dato istante.

Coefficiente: Valore numerico che moltiplica un campione nel calcolo del filtro. Definisce il comportamento del filtro.

Feedback: Percorso che riporta l'uscita verso l'ingresso. Tipico dei filtri IIR.

Feed-forward: Percorso che elabora solo il segnale di ingresso verso l'uscita. Tipico dei filtri FIR.

Frequenza di taglio (fc): Frequenza a cui il filtro inizia ad attenuare il segnale (tipicamente -3 dB).

Group Delay (ritardo di gruppo): Misura di quanto viene ritardato un gruppo di frequenze dal filtro. Costante in fase lineare.

Ordine del filtro: Numero di ritardi usati nel calcolo. Un ordine più alto = transizione più netta, ma più calcoli.

Polo: Frequenza a cui la funzione di trasferimento "tende all'infinito". Determina il picco di risonanza del filtro.

Q (fattore di qualità): Misura della "selettività" o risonanza di un filtro. Q alto = banda passante stretta, più risonanza.

Risposta all'impulso: L'uscita del filtro quando riceve un singolo campione (impulso). Caratterizza completamente il filtro.

Risposta in frequenza: Come il filtro modifica l'ampiezza delle diverse frequenze.

Tap: Sinonimo di "coefficiente" nei filtri FIR. Un filtro FIR a 64 tap usa 64 coefficienti.

Zeta (z): Variabile matematica usata nella "Trasformata Z", lo strumento algebrico dei filtri digitali.

Zero: Frequenza a cui la funzione di trasferimento vale zero (totale cancellazione).

■ Per approfondire:

- Julius O. Smith III, *Introduction to Digital Filters* – disponibile online gratuitamente su ccrma.stanford.edu
- Audio EQ Cookbook (R. Bristow-Johnson) – il riferimento per i coefficienti biquad, liberamente scaricabile
- Will Pirkle, *Designing Audio Effect Plugins in C++* – per chi vuole implementare i filtri in codice